BESCHREIBUNG UND THEORIE EINES NEUEN APPARATS ZUR REGISTRIERUNG...

Hermann Gerhard Andreesen

Beschreibung und Theorie eines neuen Apparats zur Registrierung der Vertikal-Intensitäts-Variationen des Erdmagnetismus.

Inaugural-Dissertation
zur Erlangung der Doktorwürde
der
hohen philosophischen Fakultät
der Kgl. Christian-Albrechts-Universität zu Kiel

vorgelegt von

Hermann Andreesen
aus Seriem (Ostfrsl.)

Opponenten:

Herr cand. phil. **H. Brandes.**
Herr cand. phil. **J. Martini** (Assist. a. miner. Inst.)
Herr Dr. phil. **A. Burr.**

KIEL 1905.
Druck von Lüdtke & Martens, vorm. P. Peters,
Knooper Weg 144.

Beschreibung und Theorie eines neuen Apparats zur Registrierung der Vertikal-Intensitäts-Variationen des Erdmagnetismus.

Inaugural-Dissertation

zur Erlangung der Doktorwürde

der

hohen philosophischen Fakultät

der Kgl. Christian-Albrechts-Universität zu Kiel

vorgelegt von

Hermann Andreesen

aus Seriem (Ostfrsl.)

Opponenten:

Herr cand. phil. **H. Brandes.**
Herr cand. phil. **J. Martini** (Assist. a. miner. Inst.)
Herr Dr. phil. **A. Burr.**

KIEL 1905.

Druck von Lüdtke & Martens, vorm. P. Peters,
Knooper Weg 144.

No. 3.
Rektoratsjahr 1905/6.
Zum Druck genehmigt:
C. A. Volquardsen
z. Z. Dekan.

Meinen lieben Eltern

in Dankbarkeit gewidmet.

Einleitung.

Für die Erforschung des Erdmagnetismus haben sich neben den absoluten Bestimmungen die Beobachtungen der Variationen von zunehmender Bedeutung erwiesen. Festgestellt ist ein deutlicher Zusammenhang der regelmässigen Tagesperioden mit dem Stand der Sonne sowohl am Tage als auch im Jahr, sowie eine einfache Beziehung zwischen der täglichen Amplitude und der jeweiligen Anzahl der Sonnenflecken.

Ausserdem ist erwiesen, dass die Störungen teils solche sind, welche gleichzeitig auf der ganzen Erde auftreten, teils solche, die durchaus lokaler Natur sind. Die insbesondere von Weinstein nachgewiesene Coincidenz der Erdstromschwankungen mit den magnetischen beweist unzweifelhaft, dass mindestens ein Teil der erdmagnetischen Kraft durch Erdströme bedingt ist. Diese letzteren stehen wieder im unmittelbaren Zusammenhang mit den elektrischen Vorgängen in der Atmosphäre, die ihrerseits wieder von Sonne, Wind, Regen, Luftdruck etc. beeinflusst werden. Ein von mir gemachter Versuch, die wechselnden Tagesamplituden eines Ortes in Beziehung zu den meteorologischen Erscheinungen des Ortes sowie seiner weiteren Umgebung zu setzen, hat zunächst nur das Resultat ergeben, dass eine einfache Abhängigkeit der Deklinationsamplitude von der Temperatur des Beobachtungsortes nicht zu bestehen scheint.

Mit der zunehmenden Verfeinerung der Messmethoden sind nun bereits bei der Horizontal-Komponente neue Eigenschaften des Erdmagnetismus aufgedeckt worden,[1]) nämlich ein sehr feines rasches Oscillieren der Horizontalkraft, dass sich durch kleine Wellen von etwa 30 Sekunden Dauer, sogenannte Elementarwellen, zu erkennen gibt. Die Vertikal-Komponente, die verhältnismässig wenig von der Gesamtintensität abweicht, müsste nach dieser Richtung hin am meisten versprechen, wenn nicht gerade die hier sich bietenden instrumentellen Schwierigkeiten am grössten wären.

Dass die hierfür benutzten Messungsmethoden, abgesehen von den auf Induktion beruhenden, bislang noch nicht den hohen Grad von Genauigkeit erreichten, zu dem man z. B. bei der Horizontalintensität gelangt ist, liegt an der Schwierigkeit der experimentellen Ausführung des den Bestimmungsmethoden zu Grunde liegenden Prinzips, wonach eine Magnetnadel um eine horizontale Axe schwingt. Bei den Variometern für Deklination und Horizontal-Intensität bestehen solche nicht, da es sich dort um eine vertikale Drehaxe handelt und diese durch den vom Gewicht des Magnets gespannten Faden in bester Weise gegeben ist. Bei dem Inklinatorium und dem Variometer für Vertikal-Intensität aber lastet das Gewicht des Magnets gewissermassen auf der Drehaxe, sei es, dass diese wie bei der Inklinations-Nadel durch feine Spitzen oder wie bei der Lloyd'schen Wage durch Schneiden gebildet oder durch die quadrifilare Aufhängung, wie beim Quadrifilar-Magnetometer gegeben ist. Die Folge ist, dass bei jener Wage die Reibung der Schneiden mit Rücksicht auf die sehr geringen Kräfte, um die es sich bei den Variationen der Vertikal-Komponente handelt, nicht ganz ohne Einfluss sein wird; dazu kommt, dass die geringste Deformation der Schneiden, die mit der Zeit unvermeidlich sein wird oder das kleinste Staubteilchen den Gang der Wage wesentlich beeinträchtigt, wie dies denn

[1]) Eschenhagen: Über die Aufzeichnungen sehr kleiner Variationen des Erdmagnetismus. Sitz.-Ber. der Königl. Preuss. Akad. der Wissensch. zu Berlin 30. Juli 1896.

auch wohl die Ursache von nicht selten eintretenden, plötzlichen Nullpunktsänderungen sein dürfte. Was ausserdem die Leistungsfähigkeit der Lloyd'schen Wage wesentlich herabsetzt, ist der bislang noch sehr hohe Temperaturkoeffizient, der eine Kenntnis der jeweiligen Temperatur bis auf 0.1° C. erfordert. Allerdings ist es nach gütiger Mitteilung des Herrn Prof. Dr. Schmidt in Potsdam gelungen, den Koeffizienten der dortigen Wage auf einen geringen Betrag herabzumindern.

Trotz dieser Mängel hat sich die Lloyd'sche Wage bislang als das brauchbarste Instrument zur Registrierung der Vertikal-Komponente erwiesen, so dass das Quadrifilar-Magnetometer nur noch selten angewandt wird.

Auf einem ganz andern Prinzip beruht das sogenannte Deflektoren-Bifilar-Magnetometer[1]; bei diesem wirken die Variationen der Vertikal-Komponente induzierend auf zwei sich nahestehende Eisenstäbe, wodurch ein zwischen denselben sich befindlicher, um eine vertikale Axe drehbarer Magnet ein Drehmoment erfährt. So ist zwar die Schwierigkeit, eine einwandfreie horizontale Drehaxe zu haben, vermieden, doch bietet dafür wieder die Inkonstanz des Induktionskoeffizienten der Stäbe, dessen direkte Bestimmung mit Schwierigkeiten verbunden ist, erhebliche Mängel; infolgedessen hat denn auch dieses Verfahren wenig Verbreitung gefunden.

Erst in allerjüngster Zeit hat Watson[2]) ein Instrument angegeben, das im Prinzip mit der Lloyd'schen Wage übereinstimmt, deren Mängel der Schneide aber dadurch zu beseitigen sucht, dass diese durch Quarzfäden ersetzt ist, was durch Anwendung sehr leichter Magnetstäbe ermöglicht wurde; ausserdem soll nach den Mitteilungen des Verfassers der Temperaturkoefizient so gut wie ganz beseitigt und die Empfindlichkeit eine sehr beträchtliche sein. Da indessen noch keine Beobachtungen mit diesem Instrument von andern Observatorien vorliegen, so lässt sich noch kein Urteil über jenen Apparat

---

[1]) C. Schering: Nachr. der Königl. Gesellsch. der Wissensch. zu Göttingen. Sitz. vom 6. Febr. 1886.

[2]) Phil. Mag.-Ser. 6. Vol. 7. 1904, pag. 393.

fällen. Nach seinem allerdings sehr kurzen Bericht will Watson sehr befriedigende Resultate erzielt haben.

Bevor die Arbeit Watson's erschien, hatte ich, einer Anregung des Herrn Prof. Dr. L. Weber folgend, es mir zur Aufgabe gemacht, in ähnlicher Weise die Methode der Lloyd'schen Wage zu verbessern. Es wurde ebenso wie Watson es gemacht, die Schneide ganz beseitigt und durch Fäden ersetzt. Der leitende Gedanke war, den Magneten gewissermassen der Schwerkraft zu entziehen. Es wurde dies dadurch erreicht, dass der Magnet in einem Hohlcylinder von Messing luftdicht fest eingelagert war und dieser in Glycerin eingebettet an seitlich ausgespannten Coconfäden aufgehängt wurde. Dabei war das Volumen des Cylinders so bemessen, dass das Ganze ziemlich genau so schwer war als Glycerin, was den besondern Vorteil bot, dass man äusserst feine, fast torsionslose Fäden nehmen konnte, um ein noch etwa gebliebenes geringes Bestreben des Schwimmkörpers, sich zu heben oder zu senken oder sich sonst zu verschieben, zu kompensieren. Ausserdem waren dadurch sehr günstige Bedingungen für eine beinahe beliebig hoch zu steigernde Empfindlichkeit neben guter Konstanz der Drehaxe und einer sehr vollständigen Temperatur-Kompensation gegeben.

Beschreibung des Apparats.

In der Tafel I sind die einzelnen Teile des Apparats wiedergegeben. Ein gezogenes Messingrohr enthält einen cylinderförmigen, konzentrisch eingelagerten Magnet, das Rohr ist auf dem einen Ende mit einem Deckel so verschlossen, dass der Rand R desselben sich fest gegen die Cylinderwand presst, was im besonderen dadurch erreicht wurde, dass der Deckel in das stark erhitzte Rohr eingefügt wurde und sich die Cylinderwand daher nach dem Erkalten fest gegen den Deckelrand klemmte; die Berührungsstelle ist alsdann sorgfältig verlötet. Der Deckel selbst ist etwa 3—4 mm stark, hat innen eine konzentrische Bohrung, in die der Magnet M gerade hineinpasst; um den Deckel nicht übermässig schwer zu gestalten, ist er um die Bohrung herum ausgehöhlt, so dass er die aus der Fig. 1 ersichtliche Gestalt hat. Das andere Ende des Cylinders trägt gleichfalls einen Deckel, der sich vermittels eines an der Innenseite des Rohres befindlichen Gewindes aufschrauben lässt und gleichfalls in der Mitte eine gleiche Bohrung hat, in die der Magnet hineinmündet; der Rand des Deckels ist dann ebenfalls aufs sorgfältigste verlötet. Die Dimensionen des Cylinders und des Magnets sind folgende:

Länge des Cylinders: 10 cm, des Magnets : 9,6 cm.

Durchmesser des Cylinders: 2,5 cm, des Magnets : 0,9 cm.

Der wesentlichste Punkt bei der ganzen Konstruktion war nun die Befestigung der Fäden, da es Vorbedingung war, sich eine einwandfreie Drehaxe zu verschaffen. Dies wurde in folgender Weise erreicht:

Um den Cylinder wurde in der Mitte ein 2 mm breiter und 1 mm starker Messingring T symmetrisch fest herumgelegt.

An zwei genau diametral gegenüberliegenden Punkten desselben (Fig. 2) befinden sich feine Bohrungen, in die sich etwa 3 mm lange, feine Zapfen Z einschrauben lassen, die zur Aufnahme der Fäden dienen. Fig. 3 zeigt sie in starker Vergrösserung. Eine Bohrung B in der Längsaxe mündet in eine zu ihr senkrechte B'; durch beide hindurch wird nun der Faden geführt, um dann um den Zapfen herum befestigt zu werden. Um dem Faden in der Bohrung B eine unveränderliche Lage zu geben, klemmt ein feiner Holzpflock ihn fest gegen die Wandung. Um dem Faden die letzte Möglichkeit zu nehmen, sich trotzdem zu lockern, liess man die Bohrung B' mit Kitt auslaufen. Da die Fäden auf diese Weise eingesetzt sich als gänzlich unbeweglich innerhalb der Bohrung B erwiesen, war die Drehaxe vollkommen eindeutig bestimmt.

Derselbe Ring trägt nun noch, und zwar senkrecht zu jenen Zapfen Z, ebenfalls an zwei diametral gegenüber liegenden Punkten, also genau in einer Vertikalen, zwei etwa 1,5 cm lange, 1 mm starke Stäbchen 𝔖 mit Schraubengewinde, auf denen sich je ein feines Reguliergewicht 𝔊 hin- und herschrauben lässt, wodurch der Schwerpunkt in vertikaler Richtung verlegt werden kann.

Zur Befestigung eines Spiegels ist auf dem Nordpolende ein etwa 1 cm langer, 1,5 mm starker Zapfen U in den Deckel des Cylinders eingelassen; an demselben sitzen 3 feine, schmale Messingstreifen m, deren umgebogene Enden einen feinen Spiegel von 1,5 cm Durchmesser umklammern.

Zur Einstellung des Apparates auf die Horizontale dient ein am Südpolende in den Deckel eingelassener Zapfen U_1 mit Schraubengewinde, auf dem ein Reguliergewicht $\mathfrak{G}_1$ hin und her zu schrauben ist. Die letzte Feinregulierung wurde durch ganz winzige Reiterchen aus Messingdraht besorgt.

Das Ganze hängt mittels 5—6 cm langer Coconfäden in einem mit Glycerin gefüllten, cylindrischen Messinggefäss von etwa 20 cm Durchmesser und 6—7 cm Höhe, in welchem innen an zwei gegenüberliegenden Punkten etwa auf halber Höhe kleine Ösen ö sich befinden, in die die Fäden mittels kleiner an ihnen befestigter Kupferhäkchen eingreifen. Von jenen

Ösen ist die eine direkt an der Gefässwand befestigt, während die gegenüberliegende sich an dem Ende einer schmalen, leicht federnden Messinglamelle L befindet, die etwas seitlich auf halber Höhe des Gefässes horizontal angebracht ist (Fig. 4). Durch diesen Streifen L hindurch führt eine Spindel P, auf der verschiebbar eine Mutter die federnde Lamelle und damit die Öse beliebig gegen die Wandung bewegen kann. Sind also beim Einsetzen die Fäden etwa auf die richtige Länge gebracht, so hat man in dieser Lamelle ein bequemes Mittel, ihnen die nötige Spannung zu geben und damit die Drehaxe vollkommen fest zu legen. Ausserdem bietet diese Art, die Fäden zu spannen, ein genaues Mittel, stets die gleiche Spannung wieder zu erhalten, wenn es aus irgend einem Grunde nötig ist, die Fäden für einen Augenblick zu lockern oder den Apparat ganz aus der Flüssigkeit heraus zu nehmen; an der Peripherie trägt nämlich die Schraubenmutter eine Anzahl radialer Löcher, in die man einen Stift als Hebel einsetzen kann, um die Schraube in der einen oder andern Richtung zu drehen. Zählt man nun die Anzahl der Löcher, um die gedreht wurde, so braucht man nachher nur um dieselbe Zahl wieder vorwärts zu drehen, um genau die gleiche Spannung und damit dieselbe Drehaxe wie vorhin zu erhalten.

Um nun den Spiegel mittels Fernrohr und Skala beobachten zu können, hat das Gefäss (Fig. 5) einen cylindrischen Ansatz 𝔄, den man durch eine planparallele Glasplatte und einen zwischen gelegten Gummiring verschlossen hat. In der Richtung dieses Ansatzes hängt der Magnet, so dass der Spiegel vorne sichtbar ist. Das Gefäss ist bis auf etwa 1 cm vom oberen Rande mit Glycerin gefüllt, so dass der Schwimmkörper vollkommen untertaucht. Eine ebene Glasplatte schützt das Glycerin vor Staub und besonders vor Feuchtigkeit, da Glycerin stark hygroskopisch ist.

Es dürfte hier noch am Platze sein, die Methode zu beschreiben, nach der sich der Apparat verhältnismässig leicht und sicher arretieren lässt, was z. B. jedes Mal notwendig ist, wenn man, um die Empfindlichkeit zu erhöhen, das obere Laufgewicht verstellen will, denn dies am frei hängenden Schwimmer bei gespannten Fäden auszuführen, würde in Bezug auf die

zarten Fäden zu gewagt sein. Vielmehr empfiehlt sich da folgende Methode:

Man lockert zunächst die Fäden durch Umdrehen jener Schraubenmutter, wobei man sich die Anzahl der Löcher genau merkt; alsdann schiebt man unter die Enden des Cylinders je einen Messingbock, senkt den Schwimmer mittels übergelegter Kupferbügel auf diese nieder und kann nun ohne Gefahr das Laufgewicht nach Belieben verstellen; alsdann entfernt man die Bügel, schiebt die Böcke zur Seite und spannt die Fäden wieder auf früheres Mass.

Es zeigte sich nun bald nachdem der Schwimmkörper aufgehängt war, dass selbst für stark stabiles Gleichgewicht der Apparat die ursprüngliche Gleichgewichtslage nicht beibehielt, vielmehr bald in dem einen, bald im andern Sinne sich drehte. Als Ursache ergaben sich denn auch bald Undichtigkeiten des Cylinders, die erst nach mehrmaligem Verlöten, das mit äusserster Sorgfalt ausgeführt wurde, sich beseitigen liessen, wobei zur Sicherheit noch das Innere des Cylinders fein verzinnt wurde. Um wie feine Öffnungen es sich handelte, erhellt aus dem Umstande, dass sie sich selbst unter der Luftpumpe durch aufsteigende Luftbläschen, die man erwarten sollte, nicht sicher erkennen liessen.

Justierung des Apparates.

Der Apparat wurde im Keller des magnetischen Observatoriums auf einer an der Wand befindlichen Konsole aufgestellt und war so vor mechanischen Erschütterungen vollständig gesichert. Der Magnet befand sich im Meridian. Um zu untersuchen, ob Deklinationsänderungen von Einfluss sein könnten, wurde ein Hilfsmagnet vom Moment 432 (CGS) seitlich in 50 cm Entfernung in 1. Gauss'scher Hauptlage aufgestellt, so dass die durch denselben bewirkte Änderung der erdmagnetischen Feldstärke sehr viel grösser war, als die, welche den Deklinationsvariationen entsprechen; trotzdem war keine Azimutänderung des Magnets wahrzunehmen, so dass also die durch die Fäden

bewirkte Richtkraft zu gross war, als dass Deklinationsänderungen von Einfluss sein konnten.

Empfindlichkeit des Apparates.

Zur Beurteilung der Empfindlichkeit ist die Kenntnis der Stärke des Magnets erforderlich. Aus Ablenkungsbeobachtungen an der Deklinationsnadel wurde das Moment zu 878 (C G S) bestimmt, so dass die Polstärke rund 96 (C G S), der spez. Magnetismus 146 (C G S) auf 1 ccm oder 20 (C G S) für 1 g beträgt, ein Betrag, der durchaus nicht hoch zu nennen ist. Trotzdem ist der Apparat einer sehr hohen Empfindlichkeit fähig; dieselbe wurde bestimmt mit Hilfe jenes früher erwähnten Magnets vom Moment 432 (C G S), in dem derselbe aus 1 m Entfernung in der 2. Gauss'schen Hauptlage den Magnet um 24 mm ablenkte, bei 172 cm Skalendistanz; diese ist die allgemein übliche Distanz, da bei derselben 1 mm = 1′ ist. Aus der Formel $\delta = \frac{M}{r^3}$, wo δ die Veränderung des erdmagnetischen Feldes, die der Hilfsmagnet verursacht hat, M das Moment dieses Hilfsmagnets und r den Abstand des Punktes, für den δ bestimmt werden soll, bedeuten, lässt sich δ berechnen. Für unsern Fall ist: $\delta = \frac{432}{100^3} = 0.000432$ (C G S) oder $= 43.2\ \gamma$, wenn wir für 0.00001 (C G S) die übliche Bezeichnung 1 γ setzen. Demnach ist die Empfindlichkeit, d. h. die Änderung der Feldstärke, die einem Ausschlag von 1 mm bei 172 cm Skalendistanz entspricht, der sogenannte Skalenwert:

$$E. = \frac{43.2}{24}\gamma = 1.8\ \gamma = 0.000018 \text{ (C G S)}.$$

Zum Vergleich führe ich hier die Empfindlichkeit der Lloyd'schen Wage in Potsdam[1]) und in Pavlovsk[2]) an; dabei seien

[1]) v. Bezold: Ergebnis der magn. Beob. in Potsdam in den Jahren 1890 u. 91.

Lüdeling: Ergebnis 10jähr. magn. Beob. in Potsdam.

[2]) M. Rykatchew: Annales de l'observatoires Phys. Centrale Nicolas. Année 1901. Pétersbourg 1903.

noch, wie es in den russischen Veröffentlichungen geschehen, die Quotienten $\frac{d\,V}{V}$ gebildet, d. h. das Verhältnis des Skalenwertes d V zu der Vertikal-Intensität V des betreffenden Ortes.

	E	$\frac{d\,V}{V}$
Potsdam:	0,00005	0,000116
Pavlovsk:	0,00007	0,000147
Obiger Apparat:	0,000018	0,000042

Man sieht, dass der Apparat in seiner Empfindlichkeit die Lloyd'sche Wage wesentlich übertrifft und zwar die von Potsdam um das $2^1/_2$ fache, die von Pavlovsk um das $3^1/_2$ fache, ohne dass für unsern Apparat damit die maximale Grenze erreicht wäre, und wenn Watson eine Empfindlichkeit 1,6 γ erzielt hat, so ist das ein Betrag, der an unserm Apparat ohne Schwierigkeiten zu erreichen ist, besonders wenn man bedenkt, dass sich, wenn alle Vorteile ausgenutzt werden sollten, die Stärke des Magnets noch um die Hälfte steigern lassen würde.

Die Empfindlichkeit von 0,00005 in Potsdam bezieht sich nun allerdings auf die schon einige Jahre zurückliegenden Veröffentlichungen jenes Instituts und nach einer freundlichen Mitteilung des Herrn Prof. Dr. Schmidt ist der jetzige Skalenwert auch tatsächlich ein bedeutend geringerer; man ist dort auch bis zu 2 γ und noch darunter gelangt; indessen treten dann die Unsicherheiten in der Nullstellung immer mehr hervor. Danach scheint also der Empfindlichkeit der Lloyd'schen Wage eine gewisse Grenze gesetzt zu sein, die durch unsern Apparat zum mindesten erreicht wird, ohne dass sich Mängel bemerkbar machen.

Torsion der Fäden.

Um die Torsion der Fäden bestimmen zu können, wurde nachträglich folgende Einrichtung getroffen. Tafel I. Fig. 4. Es wurden die Ösen ö an kleinen Torsionsscheiben s befestigt, die

um beliebige Winkel leicht um die Axen a zu drehen sind. Es ist nun für jeden Drehungssinn eine Beobachtungsreihe aufgestellt; gedreht wurde dabei jedesmal um 90°.

Drehungswinkel	Skalenstand	Drehungswinkel	Skalenstand
Ruhelage 0°	34.50	Ruhelage 0°	34.55
90°	34.80	90°	34.30
180°	35.00	180°	34.05
270°	35.25	270°	33.85
360°	35.40	360°	33.70
4 R :	9 mm	4 R :	8.5 mm

Die Torsion ist für beide Fälle also fast genau gleich. Nimmt man für eine Drehung um 360° den Wert 9 mm bei 225 cm Skalendistanz, so berechnet sich der Torsionsmodul Θ aus der bekannten Formel $\Theta = \frac{\varphi}{a-\varphi}$; für unsern Fall erhält Θ den Wert 0.00033; es ist dies ein sehr kleiner Betrag und kann praktisch ohne weiteres vernachlässigt werden.

Temperatur-Koeffizient.

Neben der Empfindlichkeit ist auch der Einfluss der Temperatur von grösster Wichtigkeit für die Brauchbarkeit des Instruments, wie er bislang denn auch noch ein Hauptübelstand der Lloyd'schen Wage war. Die Wirkung von Temperaturschwankungen auf diese ist nun eine ganz andere als auf unsern Apparat. Bei der Lloyd'schen Wage werden die störenden Einflüsse der Temperatur einerseits durch Änderungen des magnetischen Moments bedingt und zum andern durch ungleichmässige Ausdehnung einzelner Teile. An unserm Apparat kommt in erster Linie die Ausdehnung des Glycerins in Frage, die gross ist gegen die des Messings. Nach Kohlrausch sind die Koeffizienten für

Messing	:	0.000019
Glycerin	:	0.000500

Unter den einzelnen Kräften, die auf den Magnet wirken, befindet sich nämlich die Auftriebskraft, die natürlich stark abhängig ist von der jeweiligen Dichtigkeit des Glycerins. Eine eingehende Behandlung jener Kräfte folgt später. Es lässt sich hier aber vorweg schon leicht einsehen, dass die Auftriebskraft den Magnet in dem einen oder andern Sinne zu drehen sucht, je nachdem ihr Angriffspunkt A auf der einen oder der andern Seite des Drehpunktes O liegt. Nehmen wir den Sinn des von der Vertikalintensität bewirkten Drehungsmoments, wenn also der Nordpol sich senkt, als positiv, den entgegengesetzten als negativ, so gilt folgendes:

Liegt der Angriffspunkt A der Auftriebskraft von dem Drehpunkt aus auf der Seite des Südpols, so ist das Drehungsmoment jener Kraft positiv, liegt er auf der Seite des Nordpols, so ist es negativ. Nun bewirkt Temperatursteigerung eine Abnahme der Auftriebskraft, mithin ist das durch Temperaturerhöhung bewirkte Drehungsmoment negativ, wenn A auf der Südpolseite, positiv, wenn er auf der Nordpolseite liegt. Da nun das Volumen des Schwimmkörpers, sowie der Ausdehnungskoeffizient des Glycerins ziemlich gross sind, so ist von vornherein ein beträchtlicher Temperaturkoeffizient zu erwarten. So war derselbe bevor eine Kompensation vorgenommen wurde, so gross, dass 5° Temperatursteigerung eine Änderung des Skalenstandes um 75 mm in positivem Sinne bei 225 cm Skalendistanz und einer Empfindlichkeit von 4 γ bewirkte, was etwa 48 γ pro 1° C d. h. der 12fachen Empfindlichkeit entsprach.

Man sieht nun aber ohne weiteres ein, dass es zwischen jenen beiden oben erwähnten Lagen von A eine solche gibt, wo die durch Temperaturänderung bedingte Zu- bezw. Abnahme des Moments der Auftriebskraft gleich und entgegengesetzt ist der Änderung des der Vertikalintensität entsprechenden Drehungsmoments, die durch Abnahme des Magnetismus entsteht. Nun wirkt die Vertikalintensität stets in positivem Sinne, mithin entspricht eine Abnahme des Magnetismus einem negativen Drehungsmoment, also ist zum Zwecke gänzlicher Temperaturkompensation notwendig, dass der Punkt A auf der Nordpol-

seite liegt, denn dann ist das Moment der Auftriebskraft negativ und eine Abnahme desselben bewirkt ein positives Drehungsmoment. Allerdings wird A sehr nahe an der durch den Drehpunkt O gehenden Vertikalen liegen, da das durch Abnahme des Magnetismus bewirkte Moment sehr klein ist.

Am Apparat liess sich nun jene Kompensation in der Tat herstellen. Bevor sie ausgeführt wurde, lag, wie erwähnt, der Punkt A so, dass Temperatur-Erhöhung ein verhältnismässig starkes positives Moment bedingte; es lag also A zu weit von der Vertikalen entfernt. Um ihn näher an diese zu verlegen, wurde auf der Südpolseite neben dem Äquilibriergewicht $\mathfrak{G}_1$ (Fig. 1, Tafel I) ein kleines Glaskügelchen K, dessen Stiel zu einem Häkchen umgebogen war, angehängt; jenes Kügelchen hatte eine verhältnismässig grosse Auftriebskraft und verlegte somit den Angriffspunkt A der Auftriebskraft mehr oder weniger weit nach der durch den Drehpunkt gehenden Vertikalen. Nach mehrfachem Probieren wurden schliesslich zwei Kügelchen gefunden, die zusammen den Punkt A zwar nicht ganz in die verlangte Lage brachten, den Temperatur-Koeffizienten indessen auf einen kleinen Betrag herabsetzten, wie aus folgender Tabelle hervorgeht; zu erwähnen ist dabei, dass die Temperatursteigerung durch starkes Heizen des Kellerraumes erreicht wurde.

Zeit	Skalenstand	Temperatur im Keller	Temperatur im Glycerin
1^{55}a	39,92	15,1 °C	12,80 °C
2^{05}	93	19,2	85
2^{15}	95	23,5	95
2^{25}	98	25,8	13,10
2^{35}	40,00	26,3	25
2^{45}	02	26,9	45
2^{55}	03	27,3	70
3^{05}	02	27,5	95
3^{15}	02	27,5	14,20
3^{25}	03	27,5	45
3^{35}	05	27,4	65
3^{45}	07	27,4	85
3^{55}	09	27,3	15,10

Zeit	Skalenstand	Temperatur im Keller	im Glycerin
4^{05}	40,11	27,2	15,30
4^{15}	12	27,2	55
4^{25}	14	27,1	75
4^{35}	17	27,0	95

Es hat sich also der Stand des Variometers durch eine Temperaturerhöhung des Glycerins um 3,15° C um 2,5 mm geändert. Der Skalenwert war vorher zu 3,5 γ bestimmt, so dass der Temperatur-Koeffizient $\frac{2,5 \times 3,5}{3,15} \gamma = 2,77 \gamma$ beträgt, d. h. also:

1° C Temperaturänderung des Glycerins bewirken die gleiche Drehung wie eine Änderung des erdmagnetischen Feldes um 0,0000277.

Die Ablesezeiten beziehen sich auf die Nacht, diese Zeit musste wegen der am Tage auftretenden Störungen durch „vagabundierende" Ströme gewählt werden. Man muss nun allerdings zugestehen, dass die Zahlen jener Tabelle die Variationen der Vertikal-Komponente enthalten, doch pflegen diese während jener Stunden sehr gering zu sein, was auch durch gleichzeitiges Ablesen des Deklinations-Variometers bestätigt wurde. Ausserdem würde es im höchsten Grade unwahrscheinlich gewesen sein, dass eine etwaige Änderung des Erdmagnetismus während 3 Stunden genau der Temperatur-Kompensation parallel gegangen wäre. Aber selbst, wenn wir jenen Koeffizienten auf 3 γ setzen, so haben wir die Variationen der Vertikal-Intensität auf 3 % der täglichen Amplitude genau, sofern wir die jeweilige Temperatur auf 0,2° C genau kennen und die mittlere tägliche Amplitude der Vertikal-Komponente = 0,0002 setzen. In unserm Kellerraum, in dem für gewöhnlich nicht geheizt wurde, waren die Temperaturschwankungen in der Tat sehr gering und lagen keinesfalls oberhalb 0,2° C. Da ausserdem ein Kasten über den Apparat gedeckt und derselbe noch mit Wolle eingehüllt war, so waren Temperaturschwankungen so gut wie ganz vermieden. Die durch das Nichtheizen in diesem Raume entstehende hohe Luftfeuchtigkeit, welche für

andere Apparate verderblich gewesen wäre, war für unsern Apparat ohne Einfluss, da ja das Glycerin durch eine Glasplatte völlig gegen die Aussenluft abgeschlossen war.

Aus der Tabelle ersieht man weiter noch, wie langsam die Temperatur des Glycerins stieg, obwohl das Temperaturgefälle zwischen der Luft und der Flüssigkeit 13—14° betrug. Daraus geht hervor, dass geringe Temperaturdifferenzen, um die es sich ja nur handeln kann, sofern sie nur kurze Zeit dauern, überhaupt nicht oder doch nur äusserst wenig auf das Glycerin einwirken, und dass höchstens die Temperaturschwankungen zwischen den kälteren und wärmeren Jahreszeiten sich geltend machen werden.

Die Bedingungen des Gleichgewichts und der Stabilität.

Bei der Untersuchung der am System wirkenden Kräfte, die im allgemeinen nicht in einer Ebene liegen, kann man sich auf ihre im vertikalen Längsschnitt liegenden Komponenten beschränken, da die im Querschnitt liegenden, noch dazu äusserst schwachen den Cylinder nur um seine Längsaxe zu drehen suchen, durch die Spannung der Fäden aber kompensiert werden.

Der Apparat wird zur Erreichung grösstmöglicher Empfindlichkeit so justiert werden müssen, dass die magnetische Axe N S horizontal liegt, doch sind geringe Abweichungen von dieser Lage ohne merklichen Einfluss; so bilde auch im vorliegenden Fall die Axe N S mit der Horizontalen den sehr kleinen Winkel ε. Auf der Tafel II ist in der Fig. 1 eine Zeichnung des mittleren Teiles vom Apparat mit einigen für unsere Betrachtungen nötigen Hilfsgraden gegeben; der Punkt O stellt die Projektion der Drehaxe dar. Durch O sei nun ein ebenes Koordinatensystem so gelegt, dass die + X-Axe horizontal nach dem Südpol, die + Y-Axe vertikal nach oben zeigt. Der Einfachheit halber ist die magnetische Axe N S parallel mit sich verschoben, so dass sie durch den Punkt O geht. Die Angriffspunkte der Auftriebs- bezw. der Schwerkraft seien mit A und Σ, ihre Abstände von O mit

a bezw. s benannt. Alle Winkel werden von der + X-Axe an von $0^\circ - 360^\circ$ gerechnet und zwar positiv im entgegengesetzten, negativ im gleichen Sinne des Uhrzeigers; ebenso seien die Drehungsmomente der einzelnen Kräfte positiv im entgegengesetzten, negativ im gleichen Sinne des Uhrzeigers.

Die Bedingung des Gleichgewichts ist nun, dass die Summe sämtlicher Drehungsmomente = 0 ist.

Die Kräfte bezw. ihre Drehungsmomente sind:

1. Die Vertikalintensität V des Erdmagnetismus mit ihrem stets positiven Drehungsmoment:

$$D_1 = M \,.\, V \cos \varepsilon,$$

wo M das Moment des Magnets bedeutet.

2) Die Auftriebskraft mit ihrem Drehungsmoment:

$D_2 = P\ a \cos \alpha$, wo P das Gewicht des verdrängten Glycerins, α der Winkel zwischen der X-Axe und A O ist, positiv gerechnet im Sinne der vorhin gemachten Festsetzung.

Es ist: $D_2 > 0$ wenn $0^\circ < \alpha < 90^\circ$
und $270^\circ < \alpha < 360^\circ$
$D_2 = 0$ wenn $\alpha = 90^\circ$ oder $\alpha = 270^\circ$
$D_2 < 0$ wenn $90^\circ < \alpha < 270^\circ$

3) Die Schwerkraft, deren Drehungsmoment:

$$D_3 = -(P + p)\ s \cos \sigma,$$

wo (P + p) das Gewicht des Schwimmkörpers, σ den Winkel zwischen der + X-Axe und Σ O, wieder positiv genommen, bedeutet. Das — Zeichen deutet an, dass die Schwerkraft dem Auftrieb entgegen wirkt.

Es ist: $D_3 < 0$ wenn $0^\circ < \sigma < 90^\circ$
und $270^\circ < \sigma < 360^\circ$
$D_3 = 0$ wenn $\sigma = 90^\circ$ oder $\sigma = 270^\circ$
$D_3 > 0$ wenn $90^\circ < \sigma < 270^\circ$.

4) Die Horizontal-Intensität H des Erdmagnetismus mit ihrem Drehungsmoment:

$$D_4 = -M\ H \sin \varepsilon$$

wo wieder M das Moment des Magnets bedeutet.

Das — Zeichen ist zu setzen, weil D_4 für positives ε negativ ist.

Da ε ein sehr kleiner Winkel ist, so ist D_4 gegen D_1 verschwindend klein, um so mehr, als D_4 die Horizontal-Komponente, D_1 aber die Vertikal-Komponente enthält.

Es findet nun Gleichgewicht statt, wenn: $D_1 + D_2 + D_3 + D_4 = 0$ ist.

Mithin ist:

(1) $M\,V \cos \varepsilon + P\, a \cos \alpha - (P + p)\, s \cos \sigma - M\,H \sin \varepsilon = 0.$

Für die horizontale Gleichgewichtslage ist $\varepsilon = 0$, und die Gleichung geht für diesen Fall über in:

$$M\,V + P\, a \cos \alpha - (P + p)\, s \cos \sigma = 0$$

Um nun zu untersuchen, wann Stabilität herrscht, geben wir dem System eine virtuelle Drehung im negativen Sinne um den Winkel $(-\varphi)$.

Dann geht über:

D_1 in $D_1' = M\,V \cos (\varepsilon - \varphi)$

D_2 in $D_2' = P\, a \cos (\alpha - \varphi)$

D_3 in $D_3' = -(P + p)\, s \cos (\sigma - \varphi)$

D_4 in $D_4' = -M\,H \sin (\varepsilon - \varphi)$

Das Gleichgewicht ist nun stabil, wenn:

$$D_1' + D_2' + D_3' + D_4' > 0 \text{ etwa } = \triangle \text{ ist,}$$

denn dann macht das positive Moment $\triangle$ die negative Drehung wieder rückgängig.

$D_1' + D_2' + D_3' + D_4' = 0$: Indifferentes Gleichgewicht.

$D_1' + D_2' + D_3' + D_4' < 0$: Labiles Gleichgewicht.

Die Stabilitätsbedingung lautet also:

$$(2)\; M\,V \cos (\varepsilon - \varphi) + P\, a \cos (\alpha - \varphi) - (P + p)\, s \cos (\sigma - \varphi) - M\,H \sin (\varepsilon - \varphi) > 0$$

Nimmt man zu dieser Ungleichung die in (1) gefundene Gleichgewichtsbedingung hinzu, so ergibt sich durch Kombination beider eine einfachere Bedingung für die Stabilität.

Zu dem Zwecke schreiben wir (1) und (2) in folgender Form:

$$MV \cos \varepsilon - MH \sin \varepsilon = (P + p)\, s \cos \sigma - Pa \cos \alpha$$

$$MV \cos (\varepsilon - \varphi) - MH \sin (\varepsilon - \varphi) > (P + p)\, s \cos (\sigma - \varphi) - Pa \cos (\alpha - \varphi)$$

Dividiert man die erstere durch die zweite, so ergibt sich:

$$\frac{V \cos \varepsilon - H \sin \varepsilon}{V \cos (\varepsilon - \varphi) - H \sin (\varepsilon - \varphi)} < \frac{(P + p)\, s \cos \sigma - Pa \cos \alpha}{(P + p)\, s \cos (\sigma - \varphi) - Pa \cos (\alpha - \varphi)}$$

Unbeschadet der Allgemeinheit kann man jetzt $\varepsilon = 0$ setzen, d. h. annehmen, NS liege in der Gleichgewichtslage horizontal. Dann ist:

$$\frac{V}{V\cos\varphi + H\sin\varphi} < \frac{(P+p)\,s\cos\sigma - Pa\cos\alpha}{(P+p)\,s\cos(\sigma-\varphi) - Pa\cos(\alpha-\varphi)}$$

$$V(P+p)\,s\cos\sigma\cos\varphi + V\,(P+p)\,s\sin\sigma\sin\varphi - V\,P\,a\cos\alpha\cos\varphi$$
$$- V\,P\,a\sin\alpha\sin\varphi < V(P+p)\,s\cos\sigma\cos\varphi - V\,P\,a\cos\alpha\cos\varphi +$$
$$H\,(P+p)\,s\cos\sigma\sin\varphi - HPa\cos\alpha\sin\varphi$$

oder

$$V(P+p)\,s\sin\sigma - V\,Pa\sin\alpha < H(P+p)\,s\cos\sigma - H\,Pa\cos\alpha$$

$$(3)\quad Pa\{H\cos\alpha - V\sin\alpha\} < (P+p)\,s\{H\cos\sigma - V\sin\sigma\}$$

$$\frac{(P+p)s}{Pa} > \frac{H\cos\alpha - V\sin\alpha}{H\cos\sigma - V\sin\sigma}$$

Diese Ungleichung stellt die Bedingung für die Stabilität dar. Der Apparat muss also so eingerichtet sein, dass diese Ungleichung neben der Gleichung (1) erfüllt ist; später kommt noch eine dritte Gleichung als Bedingung für völlige Temperatur-Kompensation hinzu.

Der Punkt A ist nun als Angriffspunkt der Auftriebskraft ein bestimmter Punkt; durch die Justierung des Apparates erhält auch Σ eine bestimmte Lage, die von der des Punktes A abhängig ist, so dass also σ in gewisser Abhängkeit zu α steht, die sich aus der Ungleichung (3) ergibt. Im allgemeinen kann α natürlich jeden Wert zwischen 0° und 360° annehmen.

Es ist nun folgendes zu untersuchen:

1) Wo liegt Σ, wenn α alle 4 Quandranten durchläuft?
2) Welches ist die günstigste Lage der Punkte A und Σ, und wieweit ist diese im vorliegenden Falle erreicht?

Die erste Frage lässt sich mit Hülfe der Ungleichung (3) beantworten. Betrachtet man nämlich in jener Ungleichung den Ausdruck $H\cos\alpha - V\sin\alpha$ für die verschiedenen Werte von α zwischen 0° und 360°, so ergeben sich zwei wesentlich verschiedene Fälle. (Fig. 1 der Tafel II).

In dem einen Halbkreis ist nämlich $H\cos\alpha - V\sin\alpha > 0$, und in dem andern ist jener Ausdruck < 0. Beide Gebiete werden getrennt durch eine durch 0 gehende Grade Q Q, die

in gewisser Beziehung steht zur Inklinationsrichtung J J. Sie ist nämlich das Spiegelbild der zu J J in 0 errichteten Normalen 𝔑 𝔑 in Bezug auf die X-Axe Oberhalb dieser Graden Q Q ist der Ausdruck $H \cos \alpha - V \sin \alpha < 0$ und unterhalb derselben ist er > 0.

Behandeln wir zunächst den 1. Fall, wo:

$$H \cos \alpha - V \sin \alpha < 0,$$

also A oberhalb Q Q liegt.

In der Ungleichung (3) sind P, p, a und s positive Grössen, mithin ist auch : $H \cos \sigma - V \sin \sigma \gtreqless 0$

d. h. es ist immer Stabilität zu erreichen, in welchem Quadranten auch Σ liegen mag. Indessen ist hier noch zu bemerken: Die Ungleichung (3):

$$Pa \{ H \cos \alpha - V \sin \alpha \} < (P + p) s \{ H \cos \sigma - V \sin \sigma \}$$

stellt uns in der Differenz ihrer beiden Seiten das Drehungsmoment dar, das die negative virtuelle Drehung rückgängig macht; je kleiner nun jene Differenz, um so kleiner ist die Kraft, die jener virtuellen Drehung entspricht, d. h. um so grösser ist die Empfindlichkeit. P.a und $(P + p)$ s sind nicht sehr von einander verschiedene Grössen, daher ist es für die Empfindlichkeit am günstigsten, wenn auch

$H \cos \sigma - V \sin \sigma < 0$ ist, d. h. wenn auch Σ oberhalb Q Q liegt; natürlich kann auch für den Fall, dass A sehr nahe oberhalb Q Q und Σ sehr nahe unterhalb Q Q liegt, die Empfindlichkeit eine beträchtliche sein.

Im zweiten Fall ist

$$H \cos \alpha - V \sin \alpha > 0$$

d. h. A liegt unterhalb der Graden Q Q.

Aus (3) folgt für diesen Fall, dass auch

$$H \cos \sigma - V \sin \sigma > 0 \text{ ist;}$$

d. h. Σ liegt unterhalb der Graden Q Q.

Wie nun die Punkte A und Σ in Bezug auf die Y-Axe liegen können, darüber gibt (3) keinen Aufschluss, doch können wir uns auf andere Weise hierüber Rechenschaft geben. Zu

dem Zwecke seien in der folgenden Tabelle die möglichen Kombinationen der Drehmomente aufgestellt mit Rücksicht auf den positiven oder negativen Drehungssinn, und zwar stellt jede Horizontalreihe einen speziellen Fall dar; das Drehungsmoment D_4 ist dabei vernachlässigt.

	D_1	D_2	D_3
1)	+	+	+
2)	+	+	—
3)	+	0	+
4)	+	0	—
5)	+	+	0
6)	+	—	0
7)	+	—	+
8)	+	—	—

Das Drehungsmoment D_1 ist natürlich stets positiv. Man erkennt, dass die Fälle 1) 3) und 5) nicht möglich sind, da kein negatives Moment zur Kompensierung der positiven vorvorhanden ist. Die andern Fälle sind im allgemeinen möglich, da sich hier positive und negative Momente gegenüberstehen; daraus folgt, dass allgemein weder die Lage von A noch die von Σ auf die eine oder andere Seite der Y-Axse beschränkt ist; es lässt sich für diese Fälle stets ein stabiles Gleichgewicht herstellen. Eine Einschränkung aber erfährt die Zahl der möglichen Fälle, wenn man die zweite Frage untersucht, welches die günstigste Lage von A und Σ ist.

In Bezug auf die Empfindlichkeit ist keiner der 5 Fälle 2), 4), 6), 7) und 8) jener Tabelle vor den andern bevorzugt, denn jene ist von der Grösse und dem Drehungssinn der Momente unabhängig; anders aber verhält sich der Temperaturkoeffizient. Derselbe ist von D_1, in erster Linie aber von D_2 abhängig. Wir haben bereits in dem Kapitel über den Temperatur-Koeffizienten gesehen, dass A eine ganz spezielle Lage haben musste, damit der Temperatureinfluss verschwand. A musste von der Y-Axse auf der Nordpolseite liegen und zwar so, dass bei Temperatursteigerung die Abnahme des Moments D_1 gleich ist der Zunahme des Moments D_2.

Nennen wir:

D_1^0 das Drehungsmoment D_1 vor der Temp. Steigerung

D_2^0 „ „ D_2 „ „ „ „

μ den Temperatur-Koeffizienten des Magnets

ν den relat. Ausdehn.-Koeff. des Glycerins

gegen Messing, so ist nach einer Temperatur-Erhöhung um t^0:

$$D_1^t = D_1^0 (1 - \mu t)$$
$$D_2^t = D_2^0 (1 - \nu t)$$
$$\text{und} \quad d\,(D_1^t) = - \mu D_1^0$$
$$d\,(D_2^t) = - \nu D_2^0$$

Alsdann gilt für vollständige Temperatur-Compensation die Gleichung:

$$- \mu D_1^0 = + \nu D_2^0$$

Es sei nun a_x die Abscisse des Punktes A, also $a_x = a \cos \alpha$, so ist, da $D_2 = Pa \cos \alpha$ ist:

$$- \mu D_1^0 = + \nu P a_x$$

$$\text{oder} \quad a_x = - \frac{\mu}{\nu} \frac{D_1^0}{P}$$

Setze ich $\frac{\mu}{\nu} = K$, so ist:

$$a_x = - K \frac{D_1^0}{P}$$

Diese Gleichung stellt uns also direkt die Entfernung des Punktes A von der Y-Axe dar für den Fall, dass vollständige Temperatur-Kompensation erreicht ist; K ist dabei eine Konstante, die das Verhältnis des Temperaturkoeffizienten des Magnets und des Ausdehnungskoeffizienten des Glycerins darstellt.

Wenden wir jene Gleichung auf unsern speziellen Apparat an, so ist, da das Gewicht des Schwimmkörpers etwa 60 g beträgt und ungefähr gleich dem des verdrängten Glycerins ist, $P = 60000$ Dyne zu setzen:

$$D_1^0 = M\,V = 878 \times 0{,}43 = 375$$

Nach Kohlrausch liegt μ etwa zwischen 0,0003 und 0,001. Nehmen wir für μ den Wert 0,0005, so ist da ν auch $= 0{,}0005$,

$$K = 1$$

Mithin:

$$a_x = - 1 \times \frac{375}{60000} \text{ cm}$$

$$a_x = - 0.06 \text{ mm}$$

Der Punkt A liegt also nur 0,06 mm von der Y-Axe entfernt auf der Nordpolseite. Daraus folgt, dass von den 5 Fällen der Tabelle, nämlich 2) 4) 6) 7) und 8) auch die beiden ersteren in Wegfall kommen und jetzt nur noch 6) 7) und 8) übrig bleiben. Es muss danach noch untersucht werden, ob Σ links oder rechts der Y-Axe oder in dieser selbst liegt.

Zu dem Zwecke setzen wir in unsere Gleichung des horizontalen Gleichgewichts:

$$M\,V + P\,a\cos\alpha - (P + p)\,s\cos\sigma = 0$$

den Wert

$$a\cos\alpha = a_x = -K\,.\,\frac{D_1^0}{P} \text{ ein}$$

und erhalten:

$$M\,.\,V - P\,.\,K\,.\,\frac{D_1^0}{P} - (P + p)\,s\cos\sigma = 0$$

oder: $$(4)\quad M\,V\,(1 - K) - (P + p)\,s\cos\sigma = 0$$

da $D_1^0 = M\,V$ ist.

Aus dieser Gleichung (4) ergibt sich nun die Lage von Σ in Bezug auf die Y-Axe. Dabei sind 3 Fälle zu unterscheiden, je nachdem $K \gtreqless 1$ ist.

1) Für unsern Spezialfall, wo $K = 1$ war, ist $s\cos\sigma = 0$, wie man aus (4) ohne weiteres erkennt; d. h. der Punkt Σ liegt in der Y-Axe; wir haben den Fall 6 unserer Tabelle vor uns. Siehe Tafel II, Fig. 2a.

2) $K > 1$ d. h. $\mu > \nu$, der Temperaturkoeffizient des Magnets ist grösser als der Ausdehnungskoeffizient des Glycerins.

Aus $a_x = -K\,.\,\frac{D_1^0}{P}$ folgt, dass, wenn $K > 1$, a_x absolut genommen grösser ist als im Falle $K = 1$, der Punkt A rückt also weiter von der Y-Axe fort.

Nach der Gleichung (4) ist:

$$s\,.\,\cos\sigma = \frac{M\,.\,V}{P + p}\,(1 - K)$$

Für $K > 1$ wird $s\cos\sigma < 0$ d. h. der Punkt Σ liegt links der Y-Axe und D_3 ist also > 0. Dieses Drehungsmoment

D_3 kompensiert jetzt den Zuwachs, den der absolute Wert des negativen Moments D_2 erfahren hat, indem A weiter von der Y-Axe wegrückte. (Siehe Tafel II, Fig. 2b.)

3) $K < 1$, d. h. $\mu < \nu$, der Temperaturkoeffizient des Magnets ist kleiner als der Ausdehnungskoeffizient des Glycerins.

Aus $a_x = - K \frac{D_1^0}{P}$ folgt, für $K < 1$, dass a_x absolut genommen kleiner ist als im Falle $K = 1$ d. h. dass A näher an die Y-Axe heranrückt.

Nun wird $s \cos \sigma > 0$ für $K < 1$, d. h. der Punkt Σ liegt rechts der Y-Axe und das negative Moment D_3 hebt das Übergewicht, das D_1 gegen D_2 erhält, indem A näher an die Y-Axe heranrückt, auf. (Siehe Tafel II, Fig. 2c.)

Was also die Lagen von A und Σ in bezug auf die Y-Axe betrifft, so haben wir für den günstigsten Fall, wo also kein Temperatureinfluss stattfindet, das Resultat:

Es ist eine ganz bestimmte Lage des Angriffspunktes A der Auftriebskraft in nächster Nähe der Y-Axe auf der Nordpolseite erforderlich, die bestimmt ist durch die Gleichung

$$a_x = - K \cdot \frac{D_1^0}{P}$$

In derselben hängt der Wert von a_x von der Konstanten K ab. Von dieser hängt weiter auch die Lage des Punktes Σ ab;

ist $K = 1$, so liegt Σ in der Y-Axe,
ist $K > 1$, so liegt Σ links der Y-Axe,
ist $K < 1$, so liegt Σ rechts der Y-Axe.

Wenn man also μ und ν genau bestimmt, so ist es für den Fall vollständiger Temperatur-Kompensation ohne weiteres möglich, die Abscissen von A und Σ zahlenmässig zu bestimmen.

Am Apparat lassen sich die nötigen Bestimmungsstücke nicht ausmessen, doch lässt sich aus der Beobachtung des Instruments erkennen, wieweit jene günstigste Lage der Punkte A und Σ in unserm Falle erreicht ist. Aus der beim „Temperatur-Koeffizienten“ aufgestellten Tabelle ersieht man, dass Temperatur-Erhöhung eine geringe Standänderung in positivem Sinne bewirkt, dass also die Zunahme von D_2 grösser ist als die Abnahme von D_1. Daraus folgt, dass der Punkt A etwas zu

weit von der Y-Axe entfernt liegt, doch wird jener Betrag nach Tausendsteln von Millimetern gehen. Welches die Lage von Σ ist, lässt sich nicht angeben, da der Koeffizient μ des Magnets vor dem Einbringen in den Messingcylinder nicht bestimmt worden ist.

Die Eigenschaften des Apparats.

Nach den bis jetzt gemachten Erfahrungen ist der Apparat geeignet, den täglichen Verlauf der Vertikalintensität mit hinreichender Schärfe anzuzeigen, einmal weil er einer sehr hohen Empfindlichkeit fähig und zum andern auch der Temperatureinfluss sehr gering zu machen ist, im besten Falle sich ganz beseitigen lässt; daneben ist die Konstanz der Drehaxe eine sehr gute, so dass plötzliche Nullpunktsänderungen nicht zu befürchten und auch tatsächlich während monatelanger Beobachtung nicht vorgekommen sind. Indessen lässt sich nicht leugnen, dass der Apparat ein sehr rasch auf einander folgendes An- und Absteigen der Vertikal-Komponente nicht oder nur unvollständig anzeigen wird, da hierfür das Trägheitsmoment und die Dämpfung der Flüssigkeit zu gross ist, infolgedessen erfolgt das Schwingen nur sehr langsam, und der Magnet strebt einmal aus seiner Ruhelage gebracht, sehr langsam auf dieselbe zurück. Ein Versuch auch etwaige sehr rasche Wechsel der Vertikal-Komponente zur Darstellung zu bringen, wird später erläutert werden.

Es möge hier noch auf einen Umstand hingewiesen werden, der bei der Einstellung des Apparates auf sehr hohe Empfindlichkeit zu beachten ist. Da mit zunehmender Empfindlichkeit die Schwingungen entsprechend langsamer werden, so liess sich bei jenem Einstellen erst nach einiger Zeit erkennen, ob wirklich stabiles Gleichgewicht vorhanden war.

Photographische Registrierung.

Der tägliche Gang des Magnets wurde nun in der üblichen Weise photographisch registriert. In 2 m Entfernung vom

Magnet etwa in gleicher Höhe befindet sich etwas zur Seite eine Lampe, die durch ein Messinggehäuse abgeblendet wird. In diesem befindet sich eine Öffnung, vor die ein feiner horizontaler Spalt gesetzt ist, durch den hindurch das Licht auf den Magnetspiegel fällt, nachdem es eine vor dem Spiegel befindliche Sammellinse von 2 m Brennweite passiert hat; von dem Spiegel reflektiert, fällt es noch einmal durch jene Linse gehend, auf den vertikalen Spalt des Registrierkastens und gelangt durch denselben hindurch auf lichtempfindliches Papier, das auf einer um eine vertikale Axe drehbaren Trommel aufgesetzt ist, die durch ein Uhrwerk in 24 Stunden einmal herumgedreht wird, so dass die Lichtmarke ihren Weg aufzeichnet, den man nach dem „Entwickeln" und „Fixieren" des Papierstreifens als deutliche schwarze Kurve erhält. Zu Beginn und zu Ende des Registrierens wird der ganze Spalt belichtet, wodurch man quer über den Streifen die Anfangs- und Endmarke der Kurve erhält, von denen aus diese sich zeitlich ausmessen lässt. In die eine Kante des Spalts ist ein etwa 1 mm langer feiner Schlitz senkrecht zur Spaltrichtung eingesägt, der sich mit der Anfangs- und Endmarke zugleich abbildet; verbindet man nun auf dem Streifen jene beiden Marken, so gibt diese Grade eine Nulllinie, auf die man die Kurve beziehen kann. Die Aufstellung des Registrierkastens geschah so, dass, wie auch sonst beim Registrieren üblich, die Entferung zwischen Spiegel und Papier 172 cm betrug, eine Distanz, bei der 1 mm Ordinate einer Bogenminute entspricht. Es möge hier noch erwähnt werden, dass das Spiegelbild trotz der Glycerinschicht, die es durchquert, stets von gleicher Schärfe war.

Diskussion der Kurven der Vertikal-Komponente.

In der Tafel III sind nun 3 Tageskurven wieder gegeben. Die Grade L L stellt die Nulllinie dar, und die Kurven sind so zu verstehen, dass mit wachsenden Ordinaten die Vertikal-Intensität abnimmt, während kleiner werdende Ordinaten einer Vermehrung der Intensität entsprechen. Betrachten wir die

Kurve 1 jener Tafel III, so sieht man, wie sie vormittags ansteigt und die Vertikal-Intensität kurz nach Mittag ihr Hauptminimum erreicht; von hier an wächst die Kraft wieder bis in die späten Abendstunden, wo das Hauptmaximum liegt; um Mitternacht hat sie ein weniger ausgeprägtes, sekundäres Minimum, um dann in ziemlich gleichmässigem Verlauf einem schwachen sekundären Maximum gegen 7—8 Uhr morgens zuzustreben.

Besonders auffällig ist jene starke Ausbuchtung gegen Abend, die auch die beiden andern Kurven zeigen, und es fragt sich, ob dieselbe dem Gang der Vertikal-Intensität entspricht. Nehmen mir die mittlere tägliche Amplitude zu 20 γ an, so haben wir bei ungestörtem Verlauf der Kraft eine tägliche Amplitude von etwa 6—7 mm zu erwarten, sofern, wie es bei der Kurve 1 der Fall war, die Empfindlichkeit 3 γ beträgt. Kurve 1 zeigt aber etwa die doppelte Amplitude, so dass sie also während jener Stunden von 6—11 Uhr einem ungestörten Verlauf des Erdmagnetismus nicht entsprechen wird.

Nun könnte aber während jener Zeit eine Störung der Vertikal-Intensität stattgefunden haben und sich dadurch jene starke Ausbuchtung erklären. Doch ist diese Erklärungsweise so gut wie ausgeschlossen, da sich bei der fortlaufenden Registrierung jene Erscheinung nicht nur Tag für Tag und meistens sogar in weit stärkerem Masse (Kurve 3) wiederholte, sondern auch sehr oft zu anderen Tageszeiten sich in solcher Stärke geltend machte, dass der Charakter der Kurve fast ganz verloren ging. Sehr bezeichnend für jene Erscheinung ist, dass sie stets in dem gleichen Sinne, nämlich einer Zunahme der Vertikal-Kraft entsprechend, wirkte. Neben diesen, meistens auf mehrere Stunden sich erstreckende Erscheinungen, traten noch öfters ganz plötzliche Ablenkungen auf (Kurve 3), die nicht selten einige Zentimeter weit ebenfalls stets im selben Sinne erfolgten und bald nur einige Sekunden währten, sich daher auf der Kurve kaum abbildeten, vielmehr nur durch das Fernrohr zu beobachten waren, bald sich über etwas längere Zeiträume erstreckten und ebenso rasch wieder verschwanden; ausserdem war bei ihnen sehr bemerkenswert, dass sie meistens

ziemlich genau um dieselbe Tageszeit sich wiederholten. Alle diese Erscheinungen pflegten aber nur am Tage bis kurz vor Mitternacht aufzutreten; von hier an nahm die Kurve ihren normalen Verlauf, den sie mehr oder weniger lange bis in die Vormittagsstunden beibehielt, so dass sich auf den Kurven nur für diesen Zeitraum der Gang der Vertikal-Komponente erkennen lässt. Es ist dies auch der Grund, weshalb, wie an betreffender Stelle erwähnt wurde, der Temperatur-Koeffizient in der Zeit nach Mitternacht bestimmt wurde.

Bei der Frage nun nach den Ursachen jener Störungen war es natürlich, dieselben zunächst am System selbst zu suchen. Nun zeigte es sich aber, dass nach jenen Störungen die Nadel stets ihre normale Lage wieder einnahm, was nicht der Fall sein würde, wenn irgend welche Mängel am Apparate die Ursache wären; Temperaturschwankungen kamen ebenfalls nicht in Frage. Auch wies das periodische Verhalten jener Erscheinungen daraufhin, dass die Ursachen in Erdströmen zu suchen waren, die irgend wo in der Nähe des Observatoriums verliefen, da ein Einfluss bewegter Eisenmassen nicht in Frage kam. Jener Annahme scheint allerdings die Tatsache zu widersprechen, dass die Deklinationsnadel von jenen Strömen nicht beeinflusst wurde, wenigstens war eine Wirkung auf dieselbe im allgemeinen nicht wahrzunehmen, wenn auch gelegentlich kleine Absätze auf der Deklinationskurve zu bemerken waren, die zeitlich mit jenen grossen, plötzlichen Zacken auf der Kurve der Vertikalintensität übereinstimmten. Wenn man indessen annimmt, dass jene vagabundierenden Ströme seitlich vom Observatorium verlaufen, äussern sie auf die Deklinationsnadel gar keine Wirkung, um so mehr aber auf eine vertikalschwingende Nadel.

Dass nun in der Nähe des Observatoriums solche Ströme fliessen, ist bei einer solchen Nähe grossstädtischen Betriebes wegen der in der geringen Entfernung von 50—60 m am Niemannsweg (Siehe Tafel V) liegenden Kabel, unter denen sich auch eine nicht isolierte, blanke Leitung befindet, nicht zu verwundern, besonders da das ganze Terrain von verschiedenen Rohrsystemen für Gas- und Wasserleitung durchzogen ist. Einen

Beweis, dass es in der Tat solche vagabundierenden Ströme waren, die so ungewöhnlich starke Störungen verursachten, gibt die Kurve, welche den täglichen Stromverbrauch des städtischen Elektrizitätswerkes darstellt. Durch gütiges Entgegenkommen seitens der Direktion stand mir u. a. auch die Kurve für den 4. Oktober 1904 zur Verfügung, auf welchen Tag sich auch die Vertikal-Intensitäts-Kurve (Tafel III, Fig. 1) bezieht, die vorhin diskutiert wurde. Jene Stromkurve ist in der Fig. 3 auf der Tafel II wiedergegeben. Als Abscisse ist die Zeit und als Ordinate der Stromverbrauch in Kilo-Watt-Stunden angegeben.

Vergleicht man sie nun mit der Vertikal-Intensitätskurve desselben Tages, so sieht man, wie um 6 Uhr abends mit dem sehr steilen Anstieg des Stromkonsums die Vertikal-Intensitäts-Kurve stark ausbuchtet, wie beide kurz vor 8 Uhr ihr starkes Maximum haben und von etwa 11 Uhr an wieder normal verlaufen; inwieweit auch für die andern Tagesstunden die Vertikal-Intensitätskurve durch den Stromverbrauch beeinflusst wird, lässt sich nicht deutlich erkennen.

Die Figur 1 bezieht sich auf eine Empfindlichkeit des Apparats von 3 γ, während diese für die Kurve 3 etwas höher lag, nämlich 2,6 γ betrug; infolgedessen sind hier die Störungen schon etwas stärker, und es zeigte sich, dass wenn der Skalenwert unterhalb 2 γ lag, auch für die andern Tagesstunden die Störungen durch vagabundierende Ströme immer mehr hervortraten, so dass es für die fortlaufende Registrierung sich nicht empfahl, unter 3 γ herabzugehen.

Die induzierende Wirkung sehr rasch verlaufender Variationen des Erdmagnetismus.

Wie bereits früher angedeutet, ist von mir noch eine andere Versuchsreihe angestellt, um nach etwaigen, sehr schnell verlaufenden Schwankungen der Vertikal-Komponente zu suchen. Die hierbei angewandte Methode ist die in den Jahren 1882/83 von Dr. Giese gelegentlich der internationalen Polarforschung

auf Vorschlag Werner von Siemens' benutzte[1]). Es wurde damals auf einer grossen Eisfläche in Kingua-Fjord ein Kabel von 7,889 qkm Fläche in Form eines Polygons horizontal ausgespannt und durch ein Galvanometer geschlossen, an dem die durch Variation der Vertikal-Komponente in der Leitung induzierten Ströme zu beobachten waren.

Es zeigte sich nun, dass selbst an magnetisch ruhigen Tagen die Nadel fast nie zur Ruhe kam, sondern in stetiger Oszillation war, dass also fortwährend Ströme von ausserordentlich schnellem Wechsel induziert wurden, und dass diese sich auf keine anderen Ursachen als auf Variationen der vertikalen Komponente des Erdmagnetismus zurückführen liessen.

Jene Kabelschleife in Verbindung mit einem Galvanometer stellt also einen Variationsapparat von höchster Empfindlichkeit dar, insofern als jene Ströme einen unmittelbaren Rückschluss auf die Änderungen der Vertikal-Intensität gestatten. Die in dieser Weise erkannten ruckweisen Störungen der Vertikalintensität zeigten sich sowohl an magnetischen Störungstagen, an denen auch die andern Apparate Zuckungen aufwiesen, als auch an magnetisch ruhigen Tagen, an denen die andern Apparate nur sanft gekrümmte Kurven ergaben.

Auch in unsern Breiten zeigen die Registrierkurven der Deklination, der Horizontal- und der Vertikal-Intensität zu Zeiten starker Störungen oft unzählig viele und schnell auf einander folgende Zacken, so dass die glatte Kurve sich in einen schraffierten Streifen verwandelt. An ruhigen Tagen ist an den in gewöhnlicher Weise erhaltenen Kurven keine Spur einer Oszillation zu erkennen.

Es entstand daher die Frage, ob nicht ein Apparat von höherer Empfindlichkeit auch bei uns an magnetisch ruhigen Tagen jene kleinsten Variationen der Vertikal-Intensität würde anzeigen können, insbesondere solche Änderungen, die so schnell verlaufen, dass sie mit andern Apparaten trotz deren hoher Empfindlichkeit nicht nachweisbar sind.

---

[1]) Die internat. Polarforsch. 1882 u. 83. Beob.-Ergeb. der deutsch. Stationen, Berlin 1886.

Die Giese'sche Induktionsschleife erwies sich damals für die kleinsten Schwankungen reichlich 100 mal so empfindlich als die Lloyd'sche Wage, deren Skalenwert 5 γ betrug: so kam es, dass am Galvanometer ein Ausschlag von etwa 100 Skalenteilen erfolgte, wenn sich der Stand der Wage in 30 Sekunden um nur einen Skalenteil änderte.

Da die Intensität der im Galvanometer beobachteten Ströme

$$J = \frac{F}{W} \cdot \frac{dV}{dt}$$ ist, wo F die Fläche

der Induktionsschleife, W den Widerstand und V die Vertikal-Komponente bedeutet, so erklärt sich die ausserordentlich hohe Empfindlichkeit, die Dr. Giese durch Anwendung einer so grossen Fläche F = 7,889 qkm erhalten konnte.

Die Wiederholung eines derartigen Versuchs auf engbewohntem Terrain bietet nun erhebliche Schwierigkeiten. Wollte man auf Telegraphenpfählen eine so grosse Fläche umspannen, so würden die Schwingungen der vom Winde bewegten Drähte verderblich sein, man müsste schon ein Kabel legen, was wiederum mit unverhältnismässig hohen Kosten verbunden wäre. Beschränkt man sich auf den Raum eines Observatoriums, so kann eine hinreichend grosse Induktionsschleife nur durch vielfache Umwindungen gewonnen werden. Nun nimmt aber proportional der Zunahme der Windungen die Fläche ab, die von einer bestimmten Drahtlänge umspannt wird, d. h. mit andern Worten, bei stark vermehrter Windungszahl muss man mit einer entsprechenden Widerstandsvergrösserung rechnen.

Während Dr. Giese mit seinem fast 12000 m langen Kabel eine Fläche von 7,888,879 qm erreichen konnte, musste ich mit einer erheblich kleineren Fläche auf dem Boden des Observatoriums mich begnügen. Da ich 96 Windungen legte und etwa $^3/_{10}$ der Giese'schen Kabellänge zur Verfügung hatte, so konnte ich auch nur $\frac{3^2}{96 \times 10^2}$ der Giese'schen Fläche erzielen, also eine etwa 1050 mal kleinere. In Wirklichkeit betrug meine Fläche denn auch nur 7200 qm.

Ob es sich aber hier für unsern Fall, abgesehen von den hohen Kosten, die es verursacht haben würde, überhaupt gelohnt

hätte, die Windungszahl noch entsprechend zu vergrössern, möge vorläufig dahingestellt bleiben, wir kommen später darauf zurück.

Die Enden jener 96 Windungen wurden nun durch die Decke und den Fussboden hindurch in den für photographische Zwecke geeigneten Kellerraum geführt und hier an ein Galvanometer angeschlossen. Bei der Wahl eines solchen kam es einerseits darauf an, gänzlich unabhängig zu sein von den Änderungen der Deklination, andererseits die Schwingung der Galvanometernadel so stark zu dämpfen, dass die Eigenschwingung des Galvanometers sich nicht mit den Stromschwankungen vermischte.

Ein anfänglich benutztes astatisches Spiegelgalvanometer erwies sich für diese Zwecke als unbrauchbar, da es bei genügend hoher Empfindlichkeit und Dämpfung zugleich starke Änderungen seiner Gleichgewichtslage zeigte; so konnte dies Instrument zwar für direkte Fernrohrablesungen, aber nicht für Registrierung benutzt werden.

Dagegen liess sich mit einem Drehspulen-Galvanometer nach Déprez-d'Arsonval von Siemens & Halske sowohl die zur Registrierung nötige Konstanz der Ruhelage als auch beliebig grosse Dämpfung neben höchster Empfindlichkeit erreichen. So konnte unserer im Verhältnis zur Giese'schen sehr kleinen Induktionsschleife die grössere Empfindlichkeit des Galvanometers als ein gewisser Ausgleich gegenübergestellt werden.

Das Galvanometer nach Déprez besteht bekanntlich aus einem System permanenter Hufeisenmagnete und einer im Felde desselben schwingenden Stromspule, die an einem Metallfaden hängt und einen Spiegel trägt. Das Magnetsystem besitzt cylindrisch ausgedrehte Polschuhe, innerhalb deren sich zentrisch angeordnet ein cylindrischer Eisenkern befindet. In dem ringförmigen Hohlraum zwischen letzterem und den Polschuhen, der etwa 1,5 mm beträgt, bewegt sich die Spule. Die Stromzuführung geschieht durch den Aufhängedraht und eine nach unten zur Klemmschraube führende Spiralfeder. Das Magnetsystem sowie die Klemmschrauben sind auf einer Hartgummiplatte montiert. Der geringe Spielraum, den die Spule hat, erfordert ein genaues Einstellen, was mittels einer Libelle und dreier Fusschrauben geschieht.

Deklinationsänderungen sind natürlich ohne Einfluss, da nicht der Magnet, sondern die Spule beweglich ist. Die elektromagnetische Dämpfung eines solchen Instruments ist bekanntlich eine sehr starke, so dass nicht bloss völlige Aperiodizität, sondern auch bei geringem äussern Widerstand überaperiodische Schwingungen entstehen und ein mehrere Minuten währendes, langsames Zurückkriechen auf die Ruhelage die Folge ist. Um das Instrument zur Messung konstanter Ströme brauchbar und handlich zu machen, legt man daher meistens einen Vorschaltwiderstand ein, der die Dämpfung und die Schwingungsdauer zwar genügend verringert, dabei aber die Empfindlichkeit bei gegebenen elektromotorischen Kräften entsprechend herabsetzt.

Da es sich bei den vorliegenden Untersuchungen in erster Linie darum handelt, das Vorhandensein von sehr schwachen Strömen überhaupt nachzuweisen, und erst in zweiter Linie ihre Intensität zu messen, so musste die Empfindlichkeit möglichst hoch gehalten werden, und so lag es nahe, auf die Einschaltung des ziemlich grossen Vorschaltwiderstandes von 10000 Ohm zu verzichten. Da der Widerstand der Spule des von mir benutzten Instruments 400 Ohm und der der äusseren Leitung rund 100 Ohm betrug, so war die Dämpfung eine sehr grosse, die Schwingungen überaperiodisch, so dass ihre Dauer etwa $2\frac{1}{2}$ bis 3 Minuten betrug.

Aus den allgemeinen Gesetzen über gedämpfte Schwingungen, lässt sich nun vorher bestimmen, wie sich das Galvanometer sogenannten Stromstössen, bei denen die Dauer des Stromes kurz ist gegen die Eigenschwingung des Galvanometers verhalten wird. Zu dem Zwecke gehen wir aus von der allgemeinen Differentialgleichung für gedämpfte Schwingungen:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \alpha \frac{d\varphi}{dt} + \beta \cdot \varphi = 0$$

wo φ den zur Zeit t stattfindenden Ablenkungswinkel bedeutet, α und β Konstanten sind; und zwar ist α ein der Winkelgeschwindigkeit 1 entsprechender Widerstand und für unsern Fall $= \frac{p}{K}$, wenn wir mit p das Dämpfungsmoment und mit K das Trägheitsmoment der Spule bezeichnen, während $\beta = \frac{D}{K}$ ist, wo D die Direktionskraft der Aufhängung bedeutet.

Unsere Differentialgleichung lautet also:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{p}{K}\frac{d\varphi}{dt} + \frac{D}{K}\varphi = 0$$

oder wenn wir $\frac{p}{K} = 2\varepsilon$ und $\frac{D}{K} = n^2$ setzen

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2\varepsilon\frac{d\varphi}{dt} + n^2\varphi = 0.$$

Als allgemeines Integral dieser Gleichung ergibt sich:

$$\varphi = e^{-\varepsilon t} . c \left\{ e^{\delta t} - e^{-\delta t} \right\}$$

wo $\delta = \sqrt{\varepsilon^2 - n^2}$ ist und c eine Konstante bedeutet, die sich aus der Anfangsgeschwindigkeit a der Spule berechnen lässt und $= \frac{a}{2\delta}$ ist, so dass wir haben;

$$\varphi = \frac{a}{2\delta} . e^{-\varepsilon t} \left\{ e^{\delta t} - e^{-\delta t} \right\}$$

δ ist eine konstante Grösse, betrachten wir nun den maximalen Ausschlag φ_A, so ist die zu dem Umkehrpunkt A gehörige Zeit t_A eine Konstante und φ_A daher nur noch abhängig von a, so dass wir also die einfache Beziehung haben:

$\varphi_A = C . a$, wo C eine durch p, K und D bestimmte Konstante ist.

Der Ausschlag φ der Spule ist also proportional der Anfangsgeschwindigkeit a, und diese ist ihrerseits proportional der Strommenge Q, so dass also auch die Beziehung gilt:

$$\varphi = C' . Q.$$

Der Ausschlag ist proportional der Elektrizitätsmenge Q des Stromstosses.

Die Grösse $\delta = \sqrt{\varepsilon^2 - n^2} = \frac{1}{2K}\sqrt{p^2 - 4KD}$

gibt uns ein Mass für die Dämpfung.

Ist $p^2 < 4KD$, so erfolgen noch Schwingungen um die Nulllage.

Ist $p^2 > 4KD$, so sind die Schwingungen aperiodisch bezw. überaperiodisch, wenn p^2 sehr gross ist gegen $4KD$; für diesen Fall verlieren das Dämpfungsverhältnis und das logarithmische Dekrement ihren Sinn.

Die Beziehung $\varphi = C'. Q$ gilt streng genommen nur für kurze Dauer des Stromstosses im Vergleich zur Eigenschwingung

des Galvanometers. Wird die Stromdauer grösser und grösser, so fällt der Ausschlag immer kleiner aus, bis die Zeit $(t_1 - t_0)$ so gross geworden ist, dass die mittlere Stromintensität

$$\frac{1}{t_1 - t_0} \int_{t_0}^{t_1} i\, dt \quad - \int_{t_0}^{t_1} i\, dt \text{ ist hier konstant} - \text{zu gering}$$

geworden ist, um die Direktionskraft der Aufhängung noch zu überwinden.

Ein diesbezüglich angestellter Versuch zeigt jene Beziehungen deutlich. Es wurde eine Hilfsspule von 2900 qcm Fläche, die aus 20 Windungen zu je 13.6 cm Durchmesser bestand, an das Galvanometer angeschlossen und um ihren horizontalen Durchmesser mit wechselnder Geschwindigkeit je um 180^0 gedreht und so Stromstösse von der konstanten Elektrizitätsmenge $Q = \frac{2 \times V. \times 2900}{400 \times 10^9}$ (C G S), aber von verschieden langer Dauer durchs Galvanometer geschickt; die Umdrehungszeiten variierten zwischen 1 Sekunde und $2^1/_2$ Minuten; sie sind den Ausschlägen, die auf der Kurve 2 der Tafel IV wiedergegeben sind, beigefügt.

Zunächst erkennt man, wie zwischen den Amplituden der Ausschläge, die bis zu etwa 30 Sekunden Umdrehungszeit erhalten wurden, kein merklicher Unterschied vorhanden ist; die Gültigkeit der Beziehung $\varphi = C' . Q$ kann man also noch bestehen lassen für eine Dauer des Stromstosses, die etwa den 5. Teil von der Eigenschwingungsdauer des Galvanometers beträgt. Geht die Dauer über 30 Sekunden hinaus, so wird der Ausschlag auf der Kurve merklich flacher und flacher, bis er bei etwa $2^1/_2$ Minuten Stromdauer fast ganz verschwindet. Man kann also sagen:

Um deutliche Ausschläge unseres Galvanometers zu erhalten, darf ein Stromstoss von der Elektrizitätsmenge

$$Q = \frac{2 \times 0.43 \times 2900}{400 \times 10^9} \text{ C G S}$$

die Dauer von 2 Minuten nicht wesentlich überschreiten.

Ein zweiter Versuch ist durch die Kurve 1 der Tafel IV veranschaulicht. Diese soll zeigen, wie das Galvanometer auf

konstante, rasch einander folgende Stromstösse anspricht. Zu dem Zwecke wurde der Strom eines Leclanché-Elements mit nötiger Abschwächung durch das Galvanometer geschickt und derselbe abwechselnd 4 Sekunden lang geschlossen und ebenso lange wieder geöffnet. Hier tritt besonders die Abhängigkeit des Ausschlags von der Direktionskraft D der Aufhängung der Spule zu Tage. Es folgen die Stromstösse so rasch aufeinander, dass die Spule nicht Zeit findet in ihre anfängliche Ruhelage zurückzukehren und sich daher successive weiter von derselben entfernt; da nun aber D mit dem Ausschlagswinkel wächst, so werden die einzelnen Ausschläge natürlich immer kleiner, während die zwischen den Stromstössen liegenden Umkehrstrecken entsprechend wachsen und schliesslich gleich den jedesmaligen Ausschlägen werden, die Ablenkung der Spule hat alsdann ihr Maximum erreicht, nämlich die Grenze, die sie einnehmen würde, wenn die halbe Stärke des Stromstosses dauernd fliessen würde.

Der erste dieser beiden Versuche bietet nun eine Möglichkeit, zu berechnen, um welchen Betrag sich die Vertikal-Komponente im Minimum innerhalb einer gewissen Zeit ändern muss, um einen deutlichen Ausschlag am Galvanometer zu erzeugen. Bei jenem Versuch war das erdmagnetische Feld konstant und in ihm bewegte sich die Spule; die Wirkung ist natürlich dieselbe, wenn wir annehmen, die Spule läge fest und die Vertikal-Intensität hätte sich während eines der Umdrehungszeit gleichen Zeitraumes um ihren doppelten Betrag geändert, so dass wir also sagen können, die in der Kurve 2 der Tafel IV vorhandenen Ausschläge entsprechen einer jedesmaligen Änderung der Vertikal-Intensität um 2. V. Da nun die Strommenge und also auch der Ausschlag proportional der Fläche wächst, so werden wir bei einer Variation von 2 V in unserer grossen Schleife einen Stromstoss erhalten, der $\frac{72\,000\,000}{2900}$ d. h. etwa 25000 mal so stark ist; um also dieselben Ausschläge wie beim Umlegen jener Spule zu erhalten, braucht sich die Vertikal-Intensität innerhalb der entsprechenden Zeiten nur um $\frac{2\ V}{25000}$ zu ändern, welcher Wert allerdings noch mit dem

Faktor $\frac{5}{4}$ zu multiplizieren ist, da jetzt zu den 400 Ohm Widerstand noch 100 Ohm der Schleife hinzukommen; mithin ist die erforderliche Variation

$$\frac{2 \times 0.43 \times 5}{25000 \times 4} = 0.000043$$

Ein Ausschlag wird an unserm Galvanometer also noch deutlich wahrzunehmen sein, wenn sich die Vertikal-Komponente in 2 Minuten kontinuierlich um 4. 3 γ ändert. Nehmen wir nun die tägliche Amplitude im Mittel zu 20 γ an, so können wir also sagen:

Wenn sich die Vertikal-Intensität in 2 Minuten um den 5. Teil ihrer mittleren täglichen Amplitude kontinuierlich ändert, so erfolgt an unserm Galvanometer ein deutlicher Ausschlag. Sinkt die Zeitdauer unter 2 Minuten herab, so werden die Ausschläge grösser und grösser, bis sie von 30 Sekunden an die konstante Grösse von 3 mm annehmen.

Eine solche Variation von V wird durchaus im Bereiche der Möglichkeit liegen und vor allem zu Zeiten magnetischer Störungen sehr oft zu beobachten sein.

Besondere Erwähnung verdient noch die Registrierung der Kurven, wie wir sie in der Fig. 1 und 2 der Tafel IV hatten und wie wir sie auch später mit Hülfe unserer Schleife erhalten. Die Registrierung weicht von der gewöhnlichen dadurch ab, dass sich hier die Trommel stündlich herumdreht, während sie bei der gewöhnlichen Registrierung 24 Stunden dazu gebraucht. Auf unseren Kurven entsprechen demnach 4,5 mm Abscisse etwa 1 Zeitminute. Dass trotzdem scharfe Kurven erhalten werden, wird erreicht durch eine vor der Trommel parallel zu deren horizontaler Längsaxe aufgestellte Cylinderlinse, die das vom Spiegel reflektierte Bild des senkrechten Lichtspaltes als scharfen Lichtpunkt auf das in ihrer Brennlinie befindliche Papier wirft.

Bevor wir nun in die Diskussion der mit diesem Apparat erhaltenen Kurven eintreten, dürfte es zweckmässig sein, von den unzähligen Formen, unter denen sich die Vertikal-Intensität möglicherweise ändern kann, einige besonders typische neben den ihnen entsprechenden Induktionskurven graphisch darzu-

stellen, wobei natürlich vorausgesetzt wird, dass die Änderungen zum mindesten den vorhin aufgestellten Grenzwert haben. In der Tafel II stellen die Kurven 4, 5, 6 und 7 die Variationen und die Kurven 4a, 5a, 6a und 7a die entsprechenden Induktionswirkungen dar, bei denen die Richtung des Ausschlags hier für unsere Zwecke gleichgültig ist; die Kurven könnten mit demselben Recht umgekehrt zur Nulllage gerichtet sein. Besonders möge hier auf die Kurven 7 und 7a hingewiesen werden, wo es sich um wellenförmige Variation handelt, beide Kurven werden vorkommenden Falls gestaltlich wenig Unterschied zeigen.

Ebenso wie bei dem im ersten Teil dieser Arbeit beschriebenen Apparat wurde auch hier das Ziel der Untersuchungen, die etwaig auftretenden sehr raschen Variationen des Erdmagnetismus zu beobachten, erheblich erschwert durch die am Tage auftretenden, von der elektrischen Strassenbahn herrührenden Störungen. Die Kurve 3 der Tafel IV gibt nun ein Bild der Ströme, die im Verlaufe einer Stunde des Tages in der Schleife auftreten. Man sieht, wie die Spule ständig hinundher schwingt, bald grössere einseitige Ausschläge macht, denen wiederum kleinere aufgelagert sind, bald um die Ruhelage herum oszilliert und so eine Kurve hinterlässt, die sich aus einer Unmenge einzelner Zacken zusammensetzt.

Betrachtet man nun einzelne der grösseren Zacken für sich, so erkennt man an ihrer vielfach zerhackten Form, dass sie meistens nicht einem einzelnen Stromstoss entsprechen, vielmehr ihren Ursprung einer Reihe solcher gleichgerichteter Ströme verdanken, (analog dem 2. Hilfsversuch, Fig. 1, Tafel IV) die einander zu rasch folgten, als dass die Spule Zeit fände, in ihre Nulllage zurückzukehren; waren solche Ströme einander entgegengesetzt, so kamen nur geringe Ausschläge um die Ruhelage zustande. Daneben weist die Kurve des öfteren ganz feine Lücken auf, die sich dadurch erklären, dass die Spule einen momentanen Impuls erhielt, infolgedessen plötzlich zur Seite schnellte, aber sofort wieder durch einen entgegengesetzten Impuls in die Ruhelage geworfen wurde, und diese Bewegungen mit derartiger Geschwindigkeit machte, dass die Ausschläge sich

nicht abbilden konnten, sondern nur durch Augenbeobachtungen sich erkennen liessen. Auf den sehr starken einseitigen Ausschlag bei P kommen wir nachher zurück.

An sich könnte nun eine solche Kurve sich sehr wohl auf die induzierende Wirkung des Erdmagnetismus zurückführen lassen. Wenn man indessen eine Reihe von Kurven verschiedener Tage und verschiedener Tagesstunden betrachtet, so fällt die grosse Ähnlichkeit zwischen allen auf, die betreffs ihrer durchschnittlichen Amplitude als auch ihres Charakters besteht, und man gewinnt sofort den Eindruck, dass es sich wohl nicht um die induzierende Wirkung der Variationen des Erdmagnetismus handelt, da ein derartiges Verhalten des Erdmagnetismus höchst unwahrscheinlich wäre. Diese Ansicht bestätigt sich sofort, wenn man eine nachts aufgenommene Kurve betrachtet, wie sie uns die Fig. 4 der Tafel IV bietet, wo kaum die Spur eines Stromes zu bemerken ist. Es zeigte sich, dass dieses ruhige Verhalten der Spule für die Nachtstunden ebenso charakteristisch ist, wie jenes regellose Hin- und Herschwingen zur Tageszeit. Die Ursache dieses so ungleichen Verhaltens liess sich sofort erkennen, als sich zeigte, dass die Unruhe jeden Morgen gegen 7½ Uhr begann und gegen Mitternacht erlosch. Es sind dies nämlich die Zeiten, wo die elektrische Strassenbahn zu fahren beginnt resp. aufhört, so dass ohne weiteres die Annahme berechtigt ist, alle jene Ströme in unserer Schleife als durch die Strassenbahn verursacht anzusehen; deren regelmässiger Betrieb erklärt ja auch sofort die stete Gleichmässigkeit unserer Induktionskurven. Auf der Tafel V ist die Lage des magnetischen Observatoriums zum Schienenstrang der elektrischen Bahn kurz skizziert.

Einen solchen Einfluss der elektrischen Bahn kann man sich sehr leicht erklären, wenn man bedenkt, dass von den zur Rückleitung des Stromes dienenden Schienen fortwährend ein Teil des Stromes in die Erde übergeht und sich hier nach allen Richtungen mehr oder minder weit ausbreiten kann, dass solche Teilströme als vagabundierende Ströme wegen der vielen in der Nähe liegenden Rohrsysteme für Gas- und Wasserleitung auch in die Nähe des Observatoriums kommen, ist nicht allein mög-

lich, sondern sogar höchst wahrscheinlich. Dieser störende Einfluss vagabundierender Ströme elektrischer Strassenbahnen auf erdmagnetische Untersuchungen ist auch durchaus nichts Unbekanntes,[1]) sondern an anderen Orten des öfteren in solcher Stärke aufgetreten, dass die Untersuchungen nicht nur stark beeinträchtigt wurden, sondern einzelne Observatorien sich sogar gezwungen sahen, dieselben ganz aufzugeben.

Einer besonderen Erklärung bedürfen nun noch die sehr starken Zacken, die vereinzelt, hauptsächlich nachmittags zu beobachten waren. Auch auf der Kurve 3 findet sich eine solche bei P. Charakteristisch für dieselben ist ausser ihrer meistens ziemlich gleichen Amplitude die Erscheinung, dass sie meistens um dieselbe Tageszeit sich einstellten, stets aber mit den auf der Vertikalintensitätskurve ebenfalls plötzlich auftretenden Zacken genau übereinstimmten, derart, dass, wenn z. B. auf der Intensitätskurve eine Zacke von 15 Minuten Dauer sich vorfand, auf der Induktionskurve ein starker Ausschlag in dem einen Sinne und nach 15 Minuten ein entsprechender im andern Sinne erfolgte, ein Beweis, dass beide Erscheinungen auf dieselbe Ursache gehen. Diese wird man wohl in plötzlichen Stromschwankungen in dem am Niemannsweg liegenden, schon früher erwähnten Kabel zu suchen haben.

Die Beobachtungsergebnisse am Tage sind somit für unsern Zweck, die induzierende Wirkung der Vertikal-Intensitäts-Variationen zu untersuchen, gänzlich wertlos, und ich war daher auf die Beobachtungen zur Nachtzeit, etwa von 12½ bis 6½ Uhr morgens beschränkt, was die Untersuchung natürlich sehr erschwerte und unbequem machte, da wegen der raschen Umdrehung der Trommel die Registrierung stündlich überwacht werden musste; infolgedessen konnten auch nicht so zahlreiche Beobachtungen angestellt werden, wie es wünschenswert gewesen wäre. Untersucht man nun eine Reihe der nachts erhaltenen Kurven, so sieht man, dass sie sich alle durch eine fast absolute Ruhe auszeichnen, die nur hin und wieder durch

[1]) Edler: Einfl. der vagabund. Ströme elektr. Strassenbahnen auf erdmagnetische Messungen 1899.
v. Bezold: Einfl. elektr. Strassenbahnen auf erdmagn. Messungen 1900.

kleine plötzliche Zacken und Absätze unterbrochen wird; inwieweit diese auf vagabundierenden Strömen oder auf Variationen der Vertikalintensität beruhen, lässt sich aus ihrer Gestalt nicht feststellen, wenn nicht die Vertikal-Intensitätskurve durch gleichzeitige Unruhe die Frage entscheidet. Gewöhnlich pflegen die kleinen Zacken auch nur von so kurzer Dauer zu sein, dass eine etwaige entsprechende Störung auf der Intensitätskurve gar nicht deutlich zum Ausdruck kommt. Auch auf der Kurve (4) finden sich so ganz kleine Zacken. Man wird auch sie meistens auf vagabundierende Ströme zurückführen können, denn es braucht z. B. irgend wo in der Nähe nur eine Glühlampe eingeschaltet zu werden, um sofort jene Erscheinung auf unserer Kurve hervorzurufen.

Nach diesem ist es ohne weiteres verständlich, dass ein Versuch, den Apparat durch entsprechende Vergrösserung der Windungszahl empfindlicher zu machen, gänzlich zwecklos sein würde.

Eine besondere Aufmerksamkeit verdient die Kurve 5 der Tafel IV, die im September 1904 während einer Nachtstunde erhalten wurde; leider ist es damals versäumt, die genaue Zeit ihrer Aufnahme anzugeben, so dass ein Vergleich mit andern erdmagnetischen Kurven nicht möglich ist.

Auf dieser Kurve erkennt man an mehreren Stellen, wie der grade Verlauf durch ganz feine regelmässige Wellenzüge unterbrochen wird, eine Erscheinung, die ein zu merkwürdiges Verhalten der lokalen Störungsströme voraussetzen würde, als dass angenommen werden dürfte, sie sei durch diese verursacht worden. Vielmehr dürfen wir jene kleinen Wellen als wirkliche Induktionswirkungen des Erdmagnetismus auffassen. Misst man sie aus, so findet man bei etwa 0,8 mm Amplitude eine Dauer der einzelnen Wellen von etwa 30 Sekunden, so dass man sie als eine analoge Erscheinung zu den in Potsdam mit dem Horizontalvariometer gefundenen Elementarwellen auffassen kann, die eine fast konstante Dauer von 30 Sekunden hatten.

Thesen.

I. Bei der Erforschung der erdmagnetischen Erscheinungen sollte man mehr als bisher auf die Veränderungen in der Atmosphäre Rücksicht nehmen.

II. Die treibende Kraft der Vulkane ist noch nicht mit Sicherheit erkannt.

III. Nach den heutigen Anschauungen ist der Wasserstoff als ein Metall aufzufassen.

Lebenslauf.

Ich, Hermann Gerhard Andreesen — evang.-luth. — wurde geboren am 1. April 1879 zu Seriem in Ostfriesland, als Sohn des Landwirts Heinrich Andreesen und seiner Ehefrau Theda geb. Bremer. Bis Obertertia besuchte ich die höhere Bürgerschule zu Esens und kam dann auf das Königl. Real-Gymnasium zu Leer, das ich Ostern 1900 mit dem Reifezeugnis verliess. Ich studierte darauf Mathematik, Physik und Chemie, zuerst 2 Semester in Göttingen, dann 1 Semester in München und vom Herbst 1901 an in Kiel. Am 4. März 1905 bestand ich das examen rigorosum.

Vorlesungen hörte ich bei den Herren Professoren:

In Göttingen: F. Klein, Schilling, Riecke, Des Coudres, v. Koenen, Rehnisch †, Reichenbach.

In München: Lindemann, Doehlemann, Röntgen, v. Baeyer.

In Kiel: Pochhammer, Stäckel, Lenard, L. Weber, Krümmel, Lehmann, Haas, Brauns, Kreutz, Claisen, Biltz, Deussen, Martius, Berger, Wolff, Adler.

Allen meinen Lehrern bin ich zu grossem Dank verpflichtet, insbesondere Herrn Prof. Dr. L. Weber für die freundliche Anregung und Förderung meiner Dissertation.